# Guía Nº 3

# El Conjunto de números reales

El conjunto de **números reales**, el cual se denota con la letra mayúscula **R**. Este conjunto se forma de la unión de los siguientes conjuntos:

* El conjunto de números **Naturales**denotado por **N = {1,2,3,...}**
* El conjunto de números **Cardinales**denotado por **W = {0,1,2,3,...} *Observa que son los naturales más el cero.***
* El conjunto de números **Enteros**denotado por **Z = {...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...} *Observa que son los cardinales más los negativos.***
* El conjunto de números **Racionales**denotado y definido por

**http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/origen%20reales_files/image004.gif**

***Estos números representan el cociente entre dos números enteros a/b = a ÷ b***

***Ejemplos:***

http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/origen%20reales_files/image008.gif

***Todo número entero se puede escribir como un número racional de la forma*http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/origen%20reales_files/image014.gif**

***Ejemplos:*     http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/origen%20reales_files/image016.gif**.

***Un número racional equivalente a 1 se escribe de la forma*****http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/origen%20reales_files/image018.gif**

***Ejemplos:    http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/origen%20reales_files/image020.gif***

*Todo número racional puede escribirse como un decimal finito o un decimal infinito repetitivo*.

#### *Ejemplos: ½= 0.5* decimal finito           *1/3 = 0.3333333…..* *decimal infinito repetitivo*

* El conjunto de números **Irracionales** denotado y definido por Q' = {decimales infinitos no repetitivos} ***Estos números no se pueden expresar COMO UN COCIENTE ENTRE DOS ENTEROS.***

***Ejemplos:     http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/origen%20reales_files/image010.gif***

Los números racionales también pueden describirse como aquellos cuya representación decimal es eventualmente periódica, mientras que los irracionales tienen una expansión decimal aperiódica:

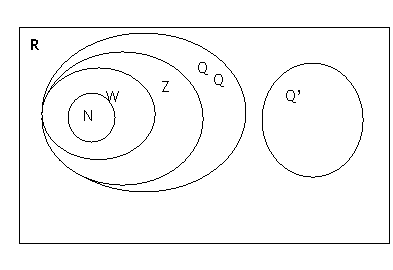
**Ejemplos**

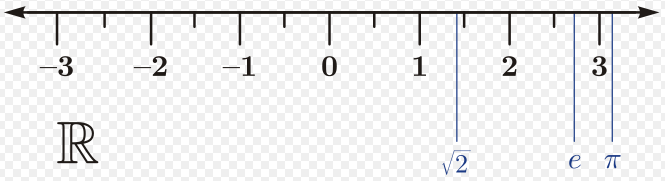
1/4 = 0,25**0**0**0**0... Es un número racional puesto que es periódico a partir del tercer número decimal.

5/7 = 0,**714285**714285**714285**7.... Es racional y tiene un período de longitud 6 (repite 714285).

\frac{\sqrt[3]{7}+1}{2}=1\text{,}456465591386194\ldots es irracional y su expansión decimal es aperiódica.

***La relación entre los conjuntos antes mencionados y la representación en la recta es:***

******



**Propiedades de los números reales**

**Si a, b y c son números reales entonces:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Propiedad** | **Operación** | **Definición** | **Que dice** | **Ejemplo** |
| **Conmutativa** | **Suma**  **Multiplicación** | **a+b = b+a**  **ab = ba** | ***El orden al sumar o multiplicar reales no afecta el resultado.*** | **2+8 = 8+2**  **5(-3) = ( -3)5** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Propiedad** | **Operación** | **Definición** | **Que dice** | **Ejemplo** |
| **Asociativa** | **Suma**    **Multiplicación** | **a+(b+c)=(a+b)+c**    **a(bc) = (ab)c** | ***Puedes hacer diferentes asociaciones al sumar o multiplicar reales y no se afecta el resultado.*** | **7+(6+1)=(7+6)+1**    **-2(4x7)= (-2x4)7** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Propiedad** | **Operación** | **Definición** | **Que dice** | **Ejemplo** |
| **Identidad**  **Modulativa** | **Suma**      **Multiplicación** | **a + 0 = a**      **a x 1= a** | ***Todo real sumado a 0 se queda igual;****el* ***0****es la****identidad aditiva.***    ***Todo real multiplicado por 1 se queda igual;****el****1****es la****identidad multiplicativa.*** | **-11 + 0 = -11**      **17 x 1 = 17** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Propiedad** | **Operación** | **Definición** | **Que dice** | **Ejemplo** |
| **Inversos** | **Suma**    **Multiplicación** | **a + ( -a) = 0**    http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/props_files/Image288.gif | ***La suma de opuestos es cero.***  ***El producto de recíprocos es 1.*** | **15+ (-15) = 0**    http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/props_files/Image289.gif |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Propiedad** | **Operación** | **Definición** | **Que dice** | **Ejemplo** |
| **Distributiva** | **Suma respecto a**  **Multiplicación** | **a(b+c) = ab + ac** | ***El factor se distribuye a cada sumando.*** | **2(x+8) =**  **2(x) + 2(8)** |

**Otras propiedades**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Propiedad de los opuestos** | **Que dice** | **Ejemplo** |
| **-( -a ) = a** | ***El opuesto del opuesto es el mismo número.*** | **- ( - 9 ) = 9** |
| **(-a)( b)= a (-b)= -(ab)** | ***El producto de reales con signos diferentes es negativo.*** | **( -15) (2) = 15( -2) = -(15 x 2)**  **= -30** |
| **( -a)( -b) = ab** | ***El producto de reales con signos iguales es positivo.*** | **( -34) ( - 8) = 34 x 8** |
| **-1 ( a ) = - a** | ***El producto entre un real y -1 es el opuesto del número real.*** | **-1 ( 7.6 ) = - 7.6** |

**Propiedades del cero**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Propiedad del cero** | **Que dice** | **Ejemplo** |
| **a x 0 = 0** | ***Todo real multiplicado por 0 es 0.*** | **16 x 0 = 0** |
| **a x b = 0 entonces**  **a = 0 ó b = 0** | ***Si un producto es 0 entonces al menos uno de sus factores es igual a 0.*** | **(a+b)(a-b) = 0 entonces**  **a + b = 0 ó a – b = 0** |

OPERACIONES CON RACIONALES

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Propiedad de los cocientes** | **Que dice** | **Ejemplo** |
| http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image290.gif | ***Dos fracciones son iguales si el producto cruzado entre sus términos es igual.*** | http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image291.gif |
| http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image292.gif | ***Al simplificar una fracción se eliminan los divisores comunes entre sus términos.*** | http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image293.gif |
| http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image294.gif | ***Una fracción es negativa si al menos uno de sus términos es negativo.*** | http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image295.gif |
| http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image296.gif | ***La suma de fracciones con denominadores iguales es igual a la suma de los numeradores sobre el mismo denominador.*** | http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image297.gif |
| http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image298.gif | ***La suma de fracciones con denominadores diferentes es igual a la suma del producto cruzado sobre el producto de los denominadores.*** | http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image299.gif |
| http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image300.gif | ***El producto de fracciones es igual al producto de los numeradores sobre el producto de los denominadores.*** | http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image301.gif |
| http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image302.gif | ***El cociente de fracciones es igual a la multiplicación del recíproco del divisor.*** | http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image303.gif |

**Recuerda**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Operación** | **Definición** | **Que dice** | **Ejemplo** |
| **Resta** | **a – b = a + ( -b)** | ***La resta es la suma del opuesto del sustraendo.*** | **2 – 8 = 2 + ( -8) = -6** |
| **División** | http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image230.gif | ***La división es la multiplicación por el recíproco del divisor.*** | http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image231.gif |

Operaciones con números reales

Con números reales pueden realizarse todo tipo de operaciones básicas con dos excepciones importantes:

No existen raíces de orden par (cuadradas, cuartas, sextas, etc.) de números negativos en números reales, (aunque sí existen en el conjunto de los números complejos donde dichas operaciones sí están definidas).

La división entre cero no está definida (pues cero no posee inverso multiplicativo, es decir, no existe número x tal que 0·x=1).

Estas dos restricciones tienen repercusiones en otras áreas de las matemáticas como el cálculo: existen asíntotas verticales en los lugares donde el denominador de una función racional tiende a cero, es decir, en aquellos valores de la variable en los que se presentaría una división entre cero, o no existe gráfica real en aquellos valores de la variable en que resulten números negativos para raíces de orden par, por mencionar un ejemplo de construcción de gráficas en geometría analítica.

Los números reales se expresan con fracciones decimales que tienen una secuencia infinita de dígitos a la derecha de la coma decimal, como por ejemplo 324,8232. Frecuentemente también se subrepresentan con tres puntos consecutivos al final (324,823211247…), lo que significaría que aún faltan más dígitos decimales, pero que se consideran sin importancia.

Las medidas en las ciencias físicas son siempre una aproximación a un número real. No sólo es más conciso escribirlos con forma de fracción decimal (es decir, números racionales que pueden ser escritos como proporciones, con un denominador exacto) sino que, en cualquier caso, cunde íntegramente el concepto y significado del número real. En el análisis matemático los números reales son objeto principal de estudio. Puede decirse que los números reales son la herramienta de trabajo de las matemáticas de la continuidad, como el cálculo y el análisis matemático, mientras que los números enteros lo son de las matemáticas discretas, en las que está ausente la continuidad.



Nombre: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ fecha: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Docente: Nelson Alberto Rojas Marentes.

Taller Nº 3

1. **Identifique la propiedad:**
2. **5 ( 4 x 1.2 ) = ( 5 x 4 ) 1.2**
3. **14 + ( -14 ) = 0**
4. **3 ( 8 + 11 ) = 3 ( 8) + 3 (11)**
5. **( 5 + 7 ) 9 = 9 (7 + 5)**
6. **Aplique la propiedad indicada:**
7. **5(x + 8) ; (conmutativa de suma)**
8. **(3 x 6) 2 ; (asociativa de multiplicación)**
9. **(9 + 11) + 0 ; (identidad aditiva)**
10. **12(x + y) ; (distributiva)**
11. **9(6 + 4) ; (conmutativa de multiplicación)**
12. **(x + y) + z ; (asociativa de suma)**
13. **Aplique las propiedades de los cocientes**

http://bc.inter.edu/facultad/smejias/algebra/conferencias/racionales_files/Image343.gif